

問1: 右の辞書に最小添字規則を適用して解きなさい.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$z$	0	-1	2
$x_4$	6	-2	2
$x_5$	3	-1	-1
$x_6$	3	-1	-1

基底に入る変数の候補は $x_1, x_3 \rightarrow x_1$ を選択

すると, 基底から出る変数の候補は $x_4, x_5, x_6 \rightarrow x_4$ を選択

基底変数を $x_1, x_5, x_6$ として, 辞書を書き換え

	$x_4$	$x_2$	$x_3$
$z$	-3	$\frac{1}{2}$	1
$x_1$	3	$-\frac{1}{2}$	1
$x_5$	0	$\frac{1}{2}$	-2
$x_6$	0	$\frac{1}{2}$	-2

基底に入る変数の候補は $x_3 \rightarrow x_3$ を選択

すると, 基底から出る変数の候補は $x_6 \rightarrow x_6$ を選択

基底変数を $x_1, x_5, x_3$ として, 辞書を書き換え $\rightarrow z$ の式 of 非基底変数の係数がすべて非負なので最適

	$x_4$	$x_2$	$x_6$
$z$	-3	0	3
$x_1$	3	$-\frac{1}{2}$	1
$x_5$	0	$\frac{3}{2}$	-6
$x_3$	0	$\frac{1}{2}$	-2

問2: 次の線形計画問題を二段階単体法で解きなさい。

(a) 最小化  $-3x_1 - 2x_2$   
条件  $2x_1 - x_2 \geq -1$   
 $-x_1 + 2x_2 \geq 4$   
 $-x_1 - x_2 \geq -2$   
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

初期辞書

$$\begin{aligned} z &= -3x_1 - 2x_2 \\ x_3 &= 1 + 2x_1 - x_2 \\ x_4 &= -4 - x_1 + 2x_2 \\ x_5 &= 2 - x_1 - x_2 \end{aligned}$$

許容辞書ではないので、  
補助問題を作る

補助問題

最小化  $x_a$   
条件  $2x_1 - x_2 + x_a \geq -1$   
 $-x_1 + 2x_2 + x_a \geq 4$   
 $-x_1 - x_2 + x_a \geq -2$   
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_a \geq 0$

初期辞書

$$\begin{aligned} z_a &= \quad \quad \quad +x_a \\ z &= -3x_1 - 2x_2 \\ x_3 &= 1 + 2x_1 - x_2 + x_a \\ x_4 &= -4 - x_1 + 2x_2 + x_a \\ x_5 &= 2 - x_1 - x_2 + x_a \end{aligned}$$

許容辞書ではないので、  
ピボット演算を1回行う  
定数項の一番小さい $x_4$ と $x_a$ を入れ替え

$$z_a = 4 + x_1 - 2x_2 + x_4$$

$$z = 0 - 3x_1 - 2x_2$$

$$x_3 = 5 + 3x_1 - 3x_2 + x_4$$

$$x_a = 4 + x_1 - 2x_2 + x_4$$

$$x_5 = 6 - 3x_2 + x_4$$

$x_2$ と $x_3$ を入れ替え

$$z_a = 2/3 - x_1 + 2/3x_3 + 1/3x_4$$

$$z = -10/3 - 5x_1 + 2/3x_3 - 2/3x_4$$

$$x_2 = 5/3 + x_1 - 1/3x_3 + 1/3x_4$$

$$x_a = 2/3 - x_1 + 2/3x_3 + 1/3x_4$$

$$x_5 = 1 - 3x_1 + x_3$$

$x_1$ と $x_5$ を入れ替え

$$z_a = 1/3 + 1/3x_5 + 1/3x_3 + 1/3x_4$$

$$z = -5 + 5/3x_5 - x_3 - 2/3x_4$$

$$x_2 = 2 - 1/3x_1 + 1/3x_4$$

$$x_a = 1/3 + 1/3x_1 + 1/3x_3 + 1/3x_4$$

$$x_1 = 1/3 - 1/3x_5 + 1/3x_3$$

最適辞書が得られた  
補助問題の最適値は $1/3 > 0$   
0ではないので、元のLPは  
実行不可能

問2: 次の線形計画問題を二段階単体法で解きなさい。

(b) 最小化  $-3x_1 - 2x_2$   
条件  $2x_1 - x_2 \geq -1$   
 $-x_1 + 2x_2 \geq 0$   
 $x_1 + x_2 \geq 2$   
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

初期辞書

$$z = -3x_1 - 2x_2$$
$$x_3 = 1 + 2x_1 - x_2$$
$$x_4 = 0 - x_1 + 2x_2$$
$$x_5 = -2 + x_1 + x_2$$

許容辞書ではないので、  
補助問題を作る

最小化  $x_a$   
条件  $2x_1 - x_2 + x_a \geq -1$   
 $-x_1 + 2x_2 + x_a \geq 0$   
 $x_1 + x_2 + x_a \geq 2$   
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_a \geq 0$

初期辞書

$$z_a = x_a$$
$$z = -3x_1 - 2x_2$$
$$x_3 = 1 + 2x_1 - x_2 + x_a$$
$$x_4 = 0 - x_1 + 2x_2 + x_a$$
$$x_5 = -2 + x_1 + x_2 + x_a$$

許容辞書ではないので、  
ピボット演算を1回行う  
定数項の一番小さい $x_5$ と $x_a$ を入れ替え

$$z_a = 2 - x_1 - x_2 + x_5$$

$$z = 0 - 3x_1 - 2x_2$$

$$x_3 = 3 + x_1 - 2x_2 + x_5$$

$$x_4 = 2 - 2x_1 + x_2 + x_5$$

$$x_a = 2 - x_1 - x_2 + x_5$$

$x_1$ と $x_4$ を入れ替え

$$z_a = 1 + 1/2x_4 - 3/2x_2 + 1/2x_5$$

$$z = -3 + 3/2x_4 - 7/2x_2 - 3/2x_5$$

$$x_3 = 4 - 1/2x_4 - 3/2x_2 + 3/2x_5$$

$$x_1 = 1 - 1/2x_4 + 1/2x_2 + 1/2x_5$$

$$x_a = 1 + 1/2x_4 - 3/2x_2 + 1/2x_5$$

$x_2$ と $x_a$ を入れ替え

$$z_a = 0 \quad + x_a$$

$$z = -16/3 + 1/3x_4 + 7/3x_a - 8/3x_5$$

$$x_3 = 3 - x_4 + x_a + x_5$$

$$x_1 = 4/3 - 1/3x_4 - 1/3x_a + 2/3x_5$$

$$x_2 = 2/3 + 1/3x_4 - 2/3x_a + 1/3x_5$$

最適辞書が得られた

補助問題の最適値は0なので、  
元のLPは実行可能

→  $z_a$  の行と  $x_a$  の列を削除して、  
元の問題の許容辞書を作る

$$\begin{aligned}z &= -16/3 + 1/3x_4 - 8/3x_5 \\x_3 &= 3 - x_4 + x_5 \\x_1 &= 4/3 - 1/3x_4 + 2/3x_5 \\x_2 &= 2/3 + 1/3x_4 + 1/3x_5\end{aligned}$$

基底に入る変数は $x_5$   
変数  $x_5$  は無限に増やす事ができ、  
それによって  $z$  も無限に大きくなる  
→ このLPは非有界である