

学籍番号	名前

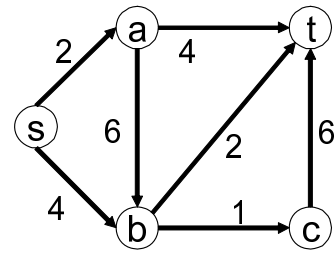
2009年度 数理計画法 期末試験問題 [50点満点]  
2010年1月28日(木) 13時00分～14時30分(90分間)

## 注意事項

1. 講義ノート，参考図書，ノート，電卓，計算機などの持込みは不可．
2. 解答は各設問の下，もしくは右側のページに書くこと．
3. 試験問題は問1から問4までである．

問題 1.

右図のネットワークにおいて、頂点  $s$  から  $t$  への最大フローを求めたい。なお、各枝の数値はその枝の容量を表しており、また、各枝を流れるフローの値は  $x_{sa}, x_{sc}, x_{ab}, \dots$  のように表わされるものとする。



(a) この最大フロー問題を定式化せよ。「最大化 ... 条件 ...」の形で書き、目的関数及び全ての条件を省略せずにかくこと。

(b) この問題の最大フローをパス増加法により求めよ。ただし、各枝のフロー量が 0 の初期フローから始めること。アルゴリズムの各反復で用いた残余ネットワーク、選んだ  $s-t$  パス、更新した後のフローを省略せずにかくこと。

(c) (b) で求めた最大フローに対する残余ネットワークを用いて、上記のネットワークの最小カットを求めよ。答えだけでなく、その計算過程も書くこと。

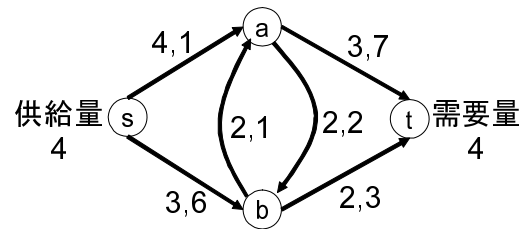
---

問題 1 の解答欄

## 問題 1 の解答欄

問題 2.

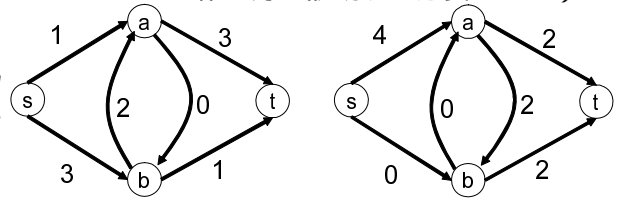
(a) 右図のネットワークにおける最小費用フローを求めたい.  $s$  は供給点,  $t$  は需要点である. 各枝の左側の数値は容量, 右側の数値は費用を表す.



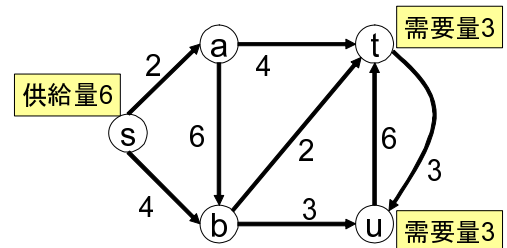
(a-1) この最小費用フロー問題を定式化せよ. 「最小化 ... 条件 ...」の形に書き, 目的関数及び全ての条件を省略せずに書くこと.

(a-2) 最小費用フロー問題において, 残余ネットワークを使うと現在のフローが最適かどうかを判定することが出来る. その方法について簡単に説明せよ (残余ネットワークの作り方を説明する必要はない)

(a-3) 右図は2種類のフローを表す. それぞれのフローに対して残余ネットワークを書きなさい. また, 残余ネットワークを用いて, それらのフローが最適かどうか判定せよ. その理由も書くこと.



(b) 右図のネットワークにおいて, 需要供給を満たすフローを求めたい. ここで, 供給点は  $s$  でその供給量は6であり, また需要点は  $t, u$  の2つでそれぞれの需要量は3である. なお, 各枝の数値はその枝の容量を表している. この問題は最大フロー問題に帰着することが可能であるが, そのやり方を詳しく説明せよ (需要供給を満たすフローを計算する必要はない)



問題 2 の解答欄

## 問題 2 の解答欄

### 問題 3.

制約なしの非線形計画問題「最小化  $f(x)$  条件  $x \in \mathbf{R}^n$ 」について考える．ここで  $f(x)$  は  $\mathbf{R}^n$  上で定義された，何回でも微分可能な関数とする．この問題に対するアルゴリズムとして，最急降下法とニュートン法が知られている．

(a) 最急降下法とニュートン法では，解を更新する際に最急降下方向とニュートン方向を使う．これらの方向の定義を書きなさい．

(b) 最急降下法と比較したときのニュートン法の長所，短所をそれぞれ挙げよ．

(c) 最急降下法やニュートン法などのアルゴリズムの終了条件として，「現在の点（解）が最適解（極小解）に十分近づいたら終了」という条件を使うことが多いが，具体的にはどのような条件を使うか？例を 1 つ挙げよ．

(d) 関数  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 4xy + 2y$  に対して最急降下法を適用することを考える．現在の点を  $(x, y) = (0, 0)$  としたとき，次の点を正確に計算せよ．計算の過程は省略せず，詳しく書くこと．

---

### 問題 3 の解答欄

### 問題 3 の解答欄

問題 4.

- (a) 凸関数の定義を書きなさい。また、関数  $f(x) = x^2$  が凸関数であることを証明せよ。
- (b)  $n \times n$  行列  $A$  が正定値であることの定義を書きなさい。また、 $n \times n$  行列  $A$  が半正定値であることの定義を書きなさい。
- (c) 制約なし問題に対する「2 次の最適性条件」について、必要条件・十分条件を具体的に書きなさい。なお、2 次の最適性条件とは、与えられたベクトル  $x$  が極小解であることの必要条件・十分条件をヘッセ行列  $Hf(x)$  を用いて述べたものである。
- (d) 関数  $f(x, y) = x^2 - 2xy + \frac{1}{4}y^4 - \frac{1}{3}y^3$  について停留点をすべて求めよ。さらに、(c) で述べた条件を用いて、各停留点が極小解か否かを判定せよ。

---

問題 4 の解答欄



## 問題 4 の解答欄