

学籍番号	名前

2007年度 数理計画法 中間試験問題 [50点満点]
2007年11月15日(木) 13時00分～14時30分(90分間)

注意事項

1. 講義ノート、参考図書、ノート、電卓、計算機などの持込みは不可。
2. 解答は各設問の下、もしくは右側のページに書くこと。
3. 試験問題は全部でA4用紙7枚からなる。なお、最後の1枚は計算用紙なので取り外しても良い。

問題 1.

(a)[3点] 次の問題を線形計画問題として定式化しなさい（問題を解く必要はない）。

ある金属加工工場 A は、100 トンの金属を 10 日間のうちに加工するという仕事を依頼された。しかし、この工場の処理能力では納期に間に合わないので、他の工場 B, C, D に一部の仕事を外注することにした。各工場において 1 日に処理可能な金属の重量, および 1 日当たりの外注費用は次のようになる。

	工場 A	工場 B	工場 C	工場 D
一日に処理可能な金属の重量 (単位: トン)	1	5	10	20
外注費用 (単位: 百万円)	0	5	25	100

また、工場 A と工場 B では納期までの 10 日間の毎日、金属の加工をすることができる。しかし、工場 C と工場 D において金属の加工をするのはそれぞれ 8 日間まで、という制限がある。以上の制限の下で総費用を最小にするには、各工場で処理する金属の重量をどのように決定すれば良いだろうか？

(b)[6点] 次の線形計画問題について考える。ここで α, β は定数である。

$$\left\| \begin{array}{l} \text{最大化 } x \\ \text{条件 } \alpha x + \beta y \leq 1 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array} \right.$$

この問題が最適解をもつための α, β に関する必要十分条件を書きなさい。同様に、この問題が実行不可能になるための必要十分条件、非有界になるための必要十分条件についても書きなさい。

問題 1 の解答欄

問題 1 の解答欄

問題 2.

次の線形計画問題 (P) について考える。

$$\begin{array}{l} \text{最小化} \quad -3x_1 \quad -2x_2 \quad -4x_3 \\ \text{条件} \quad \quad -x_1 \quad -x_2 \quad -2x_3 \geq -4 \\ \quad \quad \quad -2x_1 \quad \quad \quad -3x_3 \geq -5 \\ \quad \quad \quad -2x_1 \quad -x_2 \quad -3x_3 \geq -7 \\ \quad \quad \quad \quad \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{array}$$

- (a)[2点] この問題の双対問題を書きなさい。結果のみ書けば良い。
- (b)[4点] 上記の問題 (P) とその双対問題に対する相補性条件を書きなさい。
- (c)[3点] $x_1 = 2.5, x_2 = 1.5, x_3 = 0$ は上記の問題 (P) の最適解である。双対問題の最適解を求めなさい。

問題 2 の解答欄

問題 2 の解答欄

問題 3 の解答欄

問題 4.

[7 点] 次の線形計画問題が許容解をもつかどうか、二段階単体法の一段階目を使って判定しなさい。

$$\begin{array}{l} \text{最小化} \\ \text{条件} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -3x_1 - x_2 \\ -x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 - x_2 \geq 3 \\ -2x_1 - x_2 \geq -2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

ヒント: 最終辞書は次の通り。

$$\begin{array}{l} z_a = \\ x_1 = \\ x_a = \\ x_5 = \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2 + \frac{1}{2}x_3 \quad \quad + \frac{1}{2}x_4 \\ 1 - \frac{1}{2}x_3 \quad + x_2 \quad + \frac{1}{2}x_4 \\ 2 + \frac{1}{2}x_3 \quad \quad + \frac{1}{2}x_4 \\ 2 + \frac{3}{2}x_3 \quad - 3x_2 \quad - \frac{1}{2}x_4 \end{array} \right.$$

問題 4 の解答欄

問題 4 の解答欄

問題 5.

(a)[3点] 単体法における最小添字規則について説明しなさい。

(b)[7点] 次の線形計画問題を、最小添字規則を用いた単体法を使って解きなさい。なお、初期辞書は許容辞書になるので二段階単体法を使う必要はない。

$$\begin{array}{l} \text{最小化} \\ \text{条件} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} -x_1 + 2x_2 - x_3 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 \geq 0 \\ -3x_1 - x_2 - x_3 \geq 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 \geq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

ヒント: 最終辞書は次の通り。

$$\left\{ \begin{array}{l} z = 0 + x_4 + x_2 + x_1 \\ x_3 = 0 - x_4 + x_2 - 2x_1 \\ x_5 = 0 + x_4 - 2x_2 - x_1 \\ x_6 = 0 - 2x_4 - x_2 + x_1 \end{array} \right.$$

問題 5 の解答欄

問題 5 の解答欄

計算用紙

試験の成績の問合せについて

次のいずれかの方法で問い合わせてください。

1. 11月22日(木)の授業時間の前後に直接聞く。本人確認のため、問合せの際は学生証を提示してください。
2. 塩浦の研究室を訪問して直接聞く。本人確認のため、問合せの際は学生証を提示してください。研究室は情報科学研究科棟8階803号室です。
3. 電子メールにて問合わせる。本人確認のため、問合せの際は東北大学でのメールアドレスを使ってメールを送信してください。携帯電話および自宅PC用のメールアドレスからのメールには返事をしません。