オペレーションズリサーチ 2010(5)

5　ネットワーク計画法 (Network Programming)

5.1　グラフとネットワーク

5.1.1　グラフとネットワークの定義

- **グラフ** (Graph) は，頂点の集合と 2 頂点を結ぶ枝の集合からなり，次のように定義される．

- 点の有限集合 V とその直積 $V \times V$ の部分集合 E を導入する．V の要素を**頂点** (vertex) とよぶ．各頂点に番号 $1, 2, \cdots, n$ あるいは名前 $V_1, V_2, \cdots, V_n$ を付して，頂点集合を

$$V = \{1, 2, \cdots, n\} \text{ あるいは } V = \{V_1, V_2, \cdots, V_n\}$$

  とする．二つの頂点からなる順序対 $(i, j) \in E$ を**枝** (edge) とよぶ．枝の数 $|E|$ を m で表し，各枝にも名前 $e_1, e_2, \cdots, e_m$ を付して，枝集合を

$$E = \{e_1, e_2, \cdots, e_m\}$$

  とする．頂点 i と j を結ぶ枝を e_{ij} と表すこともある．

- 頂点集合 V と枝集合 E からなる組 $G = (V, E)$ を**グラフ**という．

- グラフには，枝に方向性のある (e_{ij} と e_{ji} を区別する) **有向グラフ** (directed graph) と，枝に方向性のない**無向グラフ** (undirected graph) がある．また，すべての 2 頂点間に枝が存在するグラフを**完全グラフ**という．

- グラフの頂点や枝に**重み** (weight) と呼ばれる適当な実数値を対応させると便利なことが多い．たとえば，
  - 頂点の重み: 流入・流出量，電位，需要と供給
  - 枝の重み: パイプの太さ，距離，費用

  などである．

- 頂点 i に重み $d_i = d(i)$ を，枝 e_{ij} に重み $w_{ij} = w(e_{ij})$ を対応させる写像

$$\begin{aligned} d &: V \to R \\ w &: E \to R \end{aligned}$$

  を導入し，グラフ $G = (V, E)$ の頂点や枝に重みの概念を付加した

$$N = (V, E, d, w)$$

  を**ネットワーク** (Network) とよぶ．

5.1.2　グラフやネットワーク上の諸概念

- 頂点 $i_0, i_1, \cdots, i_L$ と枝 $e_1, e_2, \cdots, e_L$ の交互列

$$P = (i_0, e_1, i_1, e_2, \cdots, e_L, i_L)$$

  において，各 e_k $(k = 1, 2, \cdots, L)$ が (i_k, i_{k-1}) または (i_{k-1}, i_k) であるとき，P を i_0 と i_L を結ぶ**路** (path) という．有効グラフにおいて，すべての e_k が (i_{k-1}, i_k) であるとき，P を i_0 から i_L への**有向路** (directed path) という．

- $i_0 = i_L$ なる路を**閉路** (circuit) という．有向な閉路を**サイクル** (cycle) という．

- グラフ $G = (V, E)$ において，i と j を結ぶ路が存在するとき，i と j が**連結** (connected) であるといい，任意の 2 点が連結なグラフを**連結グラフ** (connected graph) という．

- グラフ $G = (V, E)$ に対して，$V_H \subset V$，$E_H \subset (V_H \times V_H) \cap E$ で定義される $H = (V_H, E_H)$ を G の**部分グラフ** (subgraph) という．$V_H = V$ をみたす部分グラフを G の**全域部分グラフ** (spanning subgraph) という．

- 閉路を含まない G の部分グラフ $F = (V_F, E_F)$ を**森** (forest) という．連結な森を**木** (tree) という．$V_F = V$ となる森を**全域森** (spanning forest) といい，連結な全域森を**全域木** (spanning tree) という．頂点の数が n であるとき，全域木に含まれる枝の数は $n-1$ である．また，全域木に含まれない枝を一つ全域木に追加すると閉路が必ずできる．

5.2　輸送問題 (Transportation Problem)

例題 1： A 社では，ある製品を 2ヶ所の工場 (工場 1 と工場 2）で生産し，3ヶ所の倉庫 (倉庫 1, 2, 3）へ輸送している．ある日の工場 i での供給 (生産) 量を b_i，倉庫 j での需要量を d_j とし，総供給量 $(b_1 + b_2)$ と総需要量 $(d_1 + d_2 + d_3)$ が等しいとする．工場 i から倉庫 j へ製品を 1 単位輸送するのに必要な費用を c_{ij} とするとき，すべての需要をみたし，総輸送費用が最小となるように，各工場から各倉庫への輸送量を求めよ．

この問題を線形計画問題として定式化せよ．また，データ c_{ij}, b_i, d_j が表 1 のように与えられているとき，その問題を単体法を使って解け．

総供給量が総需要量より大きいときには，どのように定式化できるか．また，工場が mヶ所，倉庫が nヶ所あるときに，同様な輸送問題を定式化せよ．ただし，総供給量と総需要量が等しいとする．

表 1: 輸送問題のデータ

	倉庫 1	倉庫 2	倉庫 3	供給量
工場 1	$c_{11}=3$	$c_{12}=6$	$c_{13}=3$	$b_1=60$
工場 2	$c_{21}=6$	$c_{22}=7$	$c_{23}=5$	$b_2=110$
需要量	$d_1=40$	$d_2=70$	$d_3=60$	

5.2.1 輸送問題の定式化

- 工場 i から倉庫 j への輸送量を変数 x_{ij} で表すと，例題 1 は次のように定式化できる．

$$
\text{(TP1)}\quad
\begin{array}{lrcl}
\text{最小化} & z = & \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3} c_{ij}x_{ij} & \\
\text{制約条件} & & x_{11}+x_{12}+x_{13} & = & b_1 \\
& & x_{21}+x_{22}+x_{23} & = & b_2 \\
& & x_{11}+x_{21} & = & d_1 \\
& & x_{12}+x_{22} & = & d_2 \\
& & x_{ij} & \geq & 0\ (i=1,2, j=1,2,3).
\end{array}
$$

制約条件に倉庫 3 の需要をみたす式 $x_{13}+x_{23}=d_3$ を加えることもできるが，これは制約式の 1 番目と 2 番目を加え 3 番目と 4 番目を差し引くことにより得られるので，冗長な（加えても加えなくても問題が変わらない）制約式である．

- 総供給量 (b_1+b_2) が総需要量 $(d_1+d_2+d_3)$ より大きいときは，次のように定式化できる．

$$
\text{(TP2)}\quad
\begin{array}{lrcl}
\text{最小化} & z = & \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3} c_{ij}x_{ij} & \\
\text{制約条件} & & x_{11}+x_{12}+x_{13} & \leq & b_1 \\
& & x_{21}+x_{22}+x_{23} & \leq & b_2 \\
& & x_{11}+x_{21} & = & d_1 \\
& & x_{12}+x_{22} & = & d_2 \\
& & x_{13}+x_{23} & = & d_3 \\
& & x_{ij} & \geq & 0\ (i=1,2, j=1,2,3).
\end{array}
$$

この問題はダミーとして倉庫 4 を考え，その需要量を $d_4=(b_1+b_2)-(d_1+d_2+d_3)$ とし，倉庫 4 への輸送費用をゼロ $(c_{14}=c_{24}=0)$，工場 1 と 2 からの輸送量を x_{14} と x_{24} とすれば，総供給量と総需要量が等しい問題として，次のように定式化できる．

$$
\begin{array}{lrcl}
\text{最小化} & z = & \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{4} c_{ij}x_{ij} & \\
\text{制約条件} & & x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14} & = & b_1 \\
& & x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24} & = & b_2 \\
& & x_{11}+x_{21} & = & d_1 \\
& & x_{12}+x_{22} & = & d_2 \\
& & x_{13}+x_{23} & = & d_3 \\
& & x_{ij} & \geq & 0\ (i=1,2, j=1,2,3,4).
\end{array}
$$

これは，問題 (TP2) にスラック変数 x_{14} と x_{24} を導入した標準形の線形計画問題とみなすこともできる．

- 工場が m ヶ所，倉庫が n ヶ所ある場合には，工場 i から倉庫 j への輸送量を x_{ij} とすれば，次のように定式化できる．

$$
\text{(TP3)}\quad
\begin{array}{lrll}
\text{最小化} & z = & \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} & \\
\text{制約条件} & & \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = b_i & (i=1,2,\cdots,m) \\
 & & \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j & (j=1,2,\cdots,n) \\
 & & x_{ij} \geq 0 & (i=1,2,\cdots,m,\ j=1,2,\cdots,n).
\end{array}
$$

ただし，等式制約のうちの一つは冗長であり，たとえば最後の等式 $\sum_{i=1}^{m} x_{in} = d_n$ を取り除くことができる．

5.2.2 輸送問題と単体法

- 線形計画問題 (TP1) を単体法で解く．変数 x_{11},x_{12},x_{22},x_{23} を基底変数とする辞書は

$$
\begin{array}{lrcl}
\text{最小化} & z & = & z_1 + (-c_{12}+c_{13}+c_{22}-c_{23})x_{13} + (-c_{11}+c_{12}+c_{21}-c_{22})x_{21} \\
\text{制約条件} & x_{11} & = & d_1 - x_{21} \\
 & x_{12} & = & (b_1-d_1) - x_{13} + x_{21} \\
 & x_{22} & = & (d_2-b_1+d_1) + x_{13} - x_{21} \\
 & x_{23} & = & d_3 - x_{13} \\
 & x_{ij} & \geq & 0\ (i=1,2, j=1,2,3)
\end{array}
$$

となる．ここで，$z_1 = c_{11}d_1 + c_{12}(b_1-d_1) + c_{22}(d_2-b_1+d_1) + c_{23}d_3$ である．表 1 に示されたデータを代入すると次のようになる．

$$
\begin{array}{lrcl}
\text{最小化} & z & = & 890 - x_{13} + 2x_{21} \\
\text{制約条件} & x_{11} & = & 40 - x_{21} \\
 & x_{12} & = & 20 - x_{13} + x_{21} \\
 & x_{22} & = & 50 + x_{13} - x_{21} \\
 & x_{23} & = & 60 - x_{13} \\
 & x_{ij} & \geq & 0\ (i=1,2, j=1,2,3).
\end{array}
$$

したがって，このときの基底解 $(x_{11},x_{12},x_{13},x_{21},x_{22},x_{23}) = (40,20,0,0,50,60)$ は実行可能であり，目的関数値は $z = 890$ である．

- 単体法により，目的関数において係数が負である非基底変数 x_{13} を基底に入れると，基底変数 x_{12} が基底から出て，辞書を次のように更新できる．

$$
\begin{array}{lrcl}
\text{最大化} & z & = & z_2 + (c_{12}-c_{13}-c_{22}+c_{23})x_{12} + (-c_{11}+c_{13}+c_{21}-c_{23})x_{21} \\
\text{制約条件} & x_{11} & = & d_1 - x_{21} \\
 & x_{13} & = & (b_1-d_1) - x_{12} + x_{21} \\
 & x_{22} & = & d_2 - x_{12} \\
 & x_{23} & = & (b_2-d_2) + x_{12} - x_{21} \\
 & x_{ij} & \geq & 0\ (i=1,2, j=1,2,3).
\end{array}
$$

ここで，$z_2 = c_{11}d_1 + c_{13}(b_1 - d_1) + c_{22}d_2 + c_{23}(b_2 - d_2)$ である．データを代入すると

$$\begin{array}{lrcl} \text{最大化} & z & = & 870 + x_{12} + x_{21} \\ \text{制約条件} & x_{11} & = & 40 - x_{21} \\ & x_{13} & = & 20 - x_{12} + x_{21} \\ & x_{22} & = & 70 - x_{12} \\ & x_{23} & = & 40 + x_{12} - x_{21} \\ & x_{ij} & \geq & 0 \ (i = 1, 2, j = 1, 2, 3) \end{array}$$

となり，解 $(x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}) = (40, 0, 20, 0, 70, 40)$ と目的関数値 $z = 870$ が得られる．目的関数における非基底変数の係数がすべて 0 以上なので，これが輸送問題の最適解であり，最適な総輸送費用は 870 である．

5.2.3 ネットワークを使った単体法

- **輸送問題とネットワーク**：輸送問題に対し，工場 i を頂点 U_i，倉庫 j を頂点 W_j，頂点 U_i と W_j を結ぶ枝を e_{ij} とする．工場を表す頂点の集合を $U = \{U_i | i = 1, 2, \cdots, m\}$，倉庫を表す頂点の集合を $W = \{W_j | j = 1, 2, \cdots, n\}$, すべての頂点の集合を $V = U \cup W$ とし，枝の集合を $E = \{e_{ij} | i = 1, 2, \cdots, m, j = 1, 2, \cdots, n\}$ と定義すると，グラフ $G = (V, E)$ ができる．グラフの各頂点に供給量 b_i あるいは需要量 d_j を対応させ，各枝に輸送コスト c_{ij} を対応させることにより，ネットワーク $N = (V, E, (b, d), c)$ もできる．このように，頂点集合が 2 つの集合 U と W に分けられ，その二つの集合間にのみに枝を持つグラフを**二部グラフ** (bipartite graph) という．

- **基底解と全域木**：問題 (TP1) を単体法で解いたとき，初期基底解の基底変数 x_{11}, x_{12}, x_{22}, x_{23} に対応する枝の集合を

$$E_1 = \{e_{11}, e_{12}, e_{22}, e_{23}\}$$

とすれば，部分グラフ $T_1 = (V, E_1)$ はグラフ G の全域木となっている．同様に，最適解での基底変数 x_{11}, x_{13}, x_{22}, x_{23} に対応する枝の集合を

$$E_2 = \{e_{11}, e_{13}, e_{22}, e_{23}\}$$

とすれば，部分グラフ $T_2 = (V, E_2)$ はグラフ G の全域木となっている．

この例のように，輸送問題を線形計画問題として定式化したとき，任意の基底解の基底変数に対応する枝の集合はグラフの全域木を構成し，逆に，グラフの任意の全域木を構成する枝から，対応する変数を基底変数とする基底解を得ることができる．

また，グラフの任意の全域木に対して，そこで使われている枝のみを使ってすべての需要と供給をみたすように各枝上の輸送量を簡単に計算することができ，基底解の値を求めることができる．このとき，すべての輸送量が 0 以上であれば実行可能基底解となり，負のものが一つでもあれば実行不能な基底解となる．たとえば，例題 1 において，

$$E_3 = \{e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{23}\}$$

とすれば，$T_3 = (V, E_3)$ は全域木であり，対応する変数 x_{11},x_{12},x_{21},x_{23} を基底変数とする基底解は $(x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}) = (-10, 70, 0, 50, 0, 60)$ となり，実行不能である．

- **初期実行可能基底解の求め方**：基底解を得るためには，グラフ上の全域木を一つ求めればよい．そのためには，グラフから閉路を構成しないように一つずつ枝を選んで森を拡張させながら，全域木を構成する．この時に，需要量の残高と供給量の残高が残っている頂点を結ぶ枝を選び，選んだ枝の輸送量を需要量の残高と供給量の残高の小さい方に一致させ，選んだ後に需要量の残高と供給量の残高をその輸送量だけ減ずるという操作を行うことにより，実行可能基底解が得られる．

  たとえば，**北西隅の方法**では，工場と倉庫それぞれについて番号の小さい順に枝を選ぶという基準の下で，上で説明した方法により全域木を構成し，初期実行可能基底解を求める．(表を使って，縦に上から工場，横に左から倉庫を順に並べると，北西（左上）隅にある工場 1 から倉庫 1 への輸送量から順に決めていくことから、北西隅の方法と呼ばれている．) 例題 1 の初期基底解は，この方法で求めている．また，輸送費用 c_{ij} がなるべく小さい枝から順に選ぶ**ハウザッカー法**もある．

- **辞書の目的関数における非基底変数の係数の求め方**：単体法において，新しく基底に入る非基底変数として，辞書の目的関数における係数が負のものを選ぶ必要がある．そこで，この係数をネットワークから求める方法について解説する．

  全域木に新しい枝を一本加えると必ず閉路が一つできる．したがって，基底変数に対応する枝からなる全域木に非基底変数に対応する枝を一つ加えると閉路ができる．たとえば，問題 (TP1) の初期基底解からできる全域木 $T_1 = (V, E_1)$ に非基底変数 x_{13} に対応する枝 e_{13} を加えると閉路

$$C_1 = \{U_1, e_{13}, W_3, e_{23}, U_2, e_{22}, W_2, e_{12}, U_1\}$$

  ができる．この閉路において，枝 e_{13} と e_{22} は同じ向きであるが，枝 e_{23} と e_{12} は逆向きとなる．小さな正の数を θ とするとき，同じ向きの枝 e_{13} と e_{22} の輸送量を θ 増加させ，逆向きの枝 e_{23} と e_{12} の輸送量を θ 減少させ，基底解での輸送量を

$$\begin{aligned} x_{13} &= \theta \\ x_{22} &= 50 + \theta \\ x_{23} &= 60 - \theta \\ x_{12} &= 20 - \theta \end{aligned}$$

  と変化させても，すべての需要と供給をみたし，実行可能である．この変化により，目的関数値は

$$(c_{13} + c_{22} - c_{23} - c_{12})\theta$$

  だけ変化する．このとき，θ の係数 $(c_{13} + c_{22} - c_{23} - c_{12})$ が，辞書の目的関数における変数 x_{13} の係数と一致している．また，$0 \le \theta \le 20$ ならば，各変数の値が 0 以上で，実行可能であり，$\theta = 20$ のとき基底変数 x_{12} が 0 となる．したがって，x_{12} を非基底変数とすることにより，次の実行可能基底解が得られる．

同様に，全域木 $T_1 = (V, E_1)$ に非基底変数 x_{21} に対応する枝 e_{21} を加えると閉路

$$C_2 = \{U_2, e_{21}, W_1, e_{11}, U_1, e_{12}, W_2, e_{22}, U_2\}$$

ができ，同じ向きの枝 e_{21} と e_{12} の輸送量を θ 増加させ，逆向きの枝 e_{11} と e_{22} の輸送量を θ 減少させると，目的関数値は

$$(c_{21} + c_{12} - c_{11} - c_{22})\theta$$

だけ変化する．このとき θ の係数 $(c_{21} + c_{12} - c_{11} - c_{22})$ が，辞書の目的関数における変数 x_{21} の係数と一致している．

- **輸送問題の双対問題**：輸送問題 (TP3) の双対問題は，次のようになる．

$$\begin{array}{lll} \text{最大化} & w = \sum_{i=1}^{m} b_i u_i + \sum_{j=1}^{n} d_j v_j & \\ \text{制約条件} & \quad u_i + v_j \leq c_{ij} & (i = 1, 2, \cdots, m,\ j = 1, 2, \cdots, n). \end{array}$$

ただし，問題 (TP3) において制約式 $\sum_{i=1}^{m} x_{in} = d_n$ が除かれているときは，上の双対問題において変数 v_n を除く．この双対問題を使って，辞書の目的関数における非基底変数の係数を簡単に計算することもできる．(略)

5.3 最短路問題 (Shortest Path Problem)

連結な有向グラフ $G = (V, E)$ の各枝 $e_{ij} \in E$ に重み (距離)w_{ij} が対応しているネットワーク $N = (V, E, w)$ が与えられているものとする．N 上の任意の路 P の距離を P に含まれる枝の重みの総和 $\sum_{e_{ij} \in P} w_{ij}$ で定義する．このとき，与えられた 2 頂点 $s, t \in V$ に対して，s を**始点** (source)，t を**終点** (sink) とする有向路の中で距離が最小の路 (**最短路**, shortest path) を求める問題である．

5.3.1 ダイクストラ法 (Dijkstra method)

- 頂点 s から t への最短路 P が得られているものとし，路 P に含まれる頂点を r とする．路 P は頂点 s から r の部分 (P_1) と頂点 r から t への部分 (P_2) に分けられる．このとき，P_1 は頂点 s から r への最短路であり，P_2 は頂点 r から t への最短路である．ダイクストラ法では，この性質を利用して，始点から任意の頂点への最短路を求める．

- 有向ネットワーク $N = (V, E, w)$ において，すべての枝の重みが $w_{ij} \geq 0$ をみたすと仮定する．また，始点を $s \in V$ とする．

- 記号の説明

$d(i)$: s から頂点 i への最短路の距離の上界値であり，一部の頂点に対しては最短路の距離と一致している．

S: $d(i)$ が最短路の距離に一致していることが判明している頂点の集合．

$\bar{S}$: S に含まれない頂点の集合.

$P(i)$: s から $i \in V$ までの最短路において，i の直前に位置する頂点.

頂点 s から各頂点 i への最短路は，頂点 i から直前の位置 $P(i)$ を逆にたどり，頂点 s まで戻ることにより得られる.

- **ダイクストラ法**

ステップ 0: $S = \phi$，$\bar{S} = V$，$d(s) = 0$，$d(i) = \infty$ $(i \in V - \{s\})$，$P(i) = 0$ とする.

ステップ 1: $S = V$ ならば終了．そうでないなら，$d(v) = \min\{d(i) : i \in \bar{S}\}$ となるような頂点 $v \in \bar{S}$ を選ぶ.

ステップ 2: $S = S \cup \{v\}$，$\bar{S} = \bar{S} - \{v\}$ とし，$e_{vj} \in E$ かつ $j \in \bar{S}$ であるようなすべての枝 e_{vj} に対して，

$$d(j) > d(v) + w_{vj} \quad \text{ならば} \quad \begin{cases} d(j) = d(v) + w_{vj} \\ P(j) = v \end{cases}$$

とする．ステップ 1 に戻る.

5.3.2 例題

図 1 に示されたネットワークにおいて，頂点 1 からすべての頂点への最短路を求めよ.

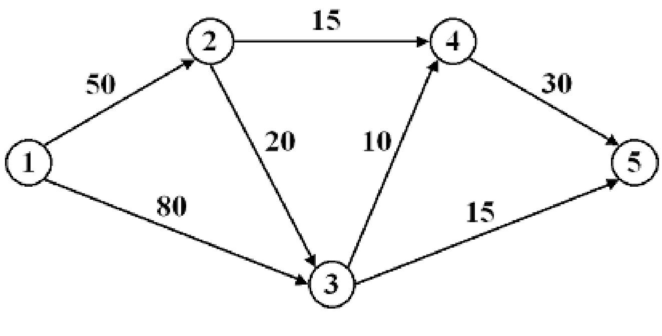

図 1: 最短路問題のネットワーク 1

[初期値]

(0) $S = \phi$, $\bar{S} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $d = (0, \infty, \infty, \infty, \infty)$, $P = (0, 0, 0, 0, 0)$.

[反復 1]

(1) $\min_{i \in \bar{S}} d(i) = d(1)$ より $v = 1$ とする

(2) $S = \{1\}, \bar{S} = \{2, 3, 4, 5\}$

$d(2) > d(1) + 50$ より　$d(2) = 50$，$P(2) = 1$ とする.

$d(3) > d(1) + 80$ より　$d(3) = 80$，$P(3) = 1$ とする.

$d = (0, 50, 80, \infty, \infty)$, $P = (0, 1, 1, 0, 0)$.

[反復 2]

(1) $\min_{i\in\bar{S}} d(i) = d(2)$ より $v = 2$

(2) $S = \{1,2\}, \bar{S} = \{3,4,5\}$

$$d(3) > d(2) + 20 \text{ より } \quad d(3) = 50 + 20 = 70,\ \ P(3) = 2$$
$$d(4) > d(2) + 15 \text{ より } \quad d(4) = 50 + 15 = 65,\ \ P(4) = 2$$

$d = (0, 50, 70, 65, \infty),\ P = (0, 1, 2, 2, 0).$

[反復 3]

(1) $\min_{i\in\bar{S}} d(i) = d(4)$ より $v = 4$

(2) $S = \{1,2,4\}, \bar{S} = \{3,5\}$

$$d(5) > d(4) + 30 \text{ より } \quad d(5) = 65 + 30 = 95,\ \ P(5) = 4$$

$d = (0, 50, 70, 65, 95),\ P = (0, 1, 2, 2, 4).$

[反復 4]

(1) $\min_{i\in\bar{S}} d(i) = d(3)$ より $v = 3$

(2) $S = \{1,2,3,4\}, \bar{S} = \{5\}$

$$d(5) > d(3) + 15 \text{ より } \quad d(5) = 85,\ \ P(5) = 3$$

$d = (0, 50, 70, 65, 85),\ P = (0, 1, 2, 2, 3).$

[反復 5]

(1) $\min_{i\in\bar{S}} d(i) = d(5)$ より $v = 5$

(2) $S = \{1,2,3,4,5\}, \bar{S} = \{\phi\}$

[反復 6]

(1) $S = V$ であるから終了.

5.3.3 問題

図 2 に示されたネットワークにおいて頂点 1 からすべての頂点への最短路をダイクストラ法により求めよ.

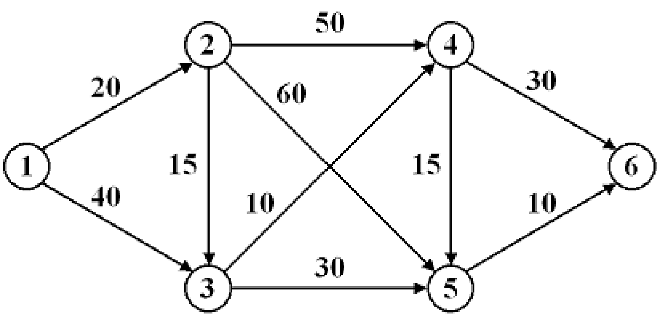

図 2: 最短路問題のネットワーク 2