

- 問題は全部で4題ある。
- 解答用紙は5枚ある。すべてに学籍番号と名前を書くこと。
- 解答用紙の持ち帰りは認めない。5枚まとめて提出すること。
- 解答の途中経過も記すこと。
- 解答は簡潔にまとめること。不必要な記述は減点することがある。

問題 1

- (1) 命題 $p \rightarrow q$ の真偽表を書け。
- (2) p, q, \neg, \vee, \wedge の中からいくつかの記号を使って, $p \rightarrow q$ と同値な命題を構成せよ。
- (3) 推論 $p \Rightarrow q$ の意味を説明せよ。

問題 2

- (1) 写像の逆像と逆写像の違いを簡単に説明せよ。
- (2) 写像 $f: [-1, 1] \rightarrow (-1, 1)$ を

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & \text{ある非負の整数 } n \text{ に対して, } x = \frac{1}{2^n} \text{ または } x = -\frac{1}{2^n} \\ x & \text{上記以外} \end{cases}$$

と定める。このとき, f は全単射であることを証明せよ。

問題 3

$f: A \rightarrow B$ を写像とし, $(P_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$ を A の部分集合族とするととき, 次の式が成り立つことを示せ。

1. $\bigcap_{\lambda \in \Lambda} P_\lambda \subset f^{-1}\left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} f(P_\lambda)\right)$
2. $f\left(\bigcap_{\lambda \in \Lambda} P_\lambda\right) \subset \bigcap_{\lambda \in \Lambda} f(P_\lambda)$

問題 4

1. 順序集合 (A, \leq) とその空でない部分順序集合を M とする。このとき, M の A における上限の定義を述べよ。
2. 上の問題で A を有理数全体の集合 $(A = \mathbb{Q})$, \leq を通常的大小関係とし, $M = \{x \mid x \in A, 0 < x < \sqrt{3}\}$ とする。このとき, M の A における上限が存在しないことを証明せよ。