

- 問題は全部で4題ある。
- すべての解答用紙に学籍番号と名前を書くこと。
- 解答の途中経過も記すこと。
- 解答は簡潔にまとめること。不必要な記述は減点することがある。

問題 1

- (1) 「 $x^2 + y^2 \geq 2$  である」は「 $(|x| \geq 1) \vee (y \geq 1)$  である」ための十分条件である」という主張が正しいかどうかを理由とともに述べよ。
- (2) 集合  $A$  のべき集合とは何か。定義を述べよ。

問題 2

集合  $P, P_1, P_2$  を集合  $A$  の部分集合,  $Q$  を集合  $B$  の部分集合とし, 写像  $f: A \rightarrow B$  を考える。このとき, 次の2つの関係式がそれぞれ成立するために  $f$  が満たすべき条件を述べ, 各関係式を証明せよ。なお, 証明では  $f$  の条件をどう使ったかを明記すること。

- (1)  $f(f^{-1}(Q)) = Q$  .
- (2)  $f(P_1 \cap P_2) = f(P_1) \cap f(P_2)$  .

問題 3

集合  $A$  とその部分集合系  $\mathcal{M}$  を考える。このとき, 次の問いに答えよ。

1.  $\mathcal{M}$  が  $A$  の直和分割であるとき,  $\mathcal{M}$  が満たすべき条件をすべて挙げよ。
2. 集合の直和分割の例を一つ挙げよ。

問題 4

順序集合  $(A, \leq)$  が与えられている。このとき, 次の問いに答えよ。

1. 集合  $A$  の最大元の定義を述べよ。
2. 集合  $A$  の極大元の定義を述べよ。
3. 集合  $A$  に最大元が存在するならば, それは集合  $A$  の唯一の極大元であることを示せ。