

2010 年度数理工学第一中間試験

1 命題 p, q, r からなる複合命題 $(p \wedge q) \rightarrow r$ と $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ が同値であることを真偽表を用いて示せ。

2 下記 $\boxed{\text{あ}} \sim \boxed{\text{え}}$ をうめよ。

2.1 \mathbb{Z}^+ を正の整数全体の集合とする。任意の $k \in \mathbb{Z}^+$ に対して, $A_k = \left(\frac{1}{k}, 8 + \frac{3}{k}\right)$ とする。このとき

$$\text{集合 } \bigcup_{k \in \mathbb{Z}^+} A_k = \boxed{\text{あ}}; \quad \text{集合 } \bigcap_{k \in \mathbb{Z}^+} A_k = \boxed{\text{い}}$$

2.2 \mathfrak{R}^+ を正の実数全体の集合とする。任意の $x \in \mathfrak{R}^+$ に対して,

$$B_x = \left(-\frac{x}{3}, \frac{x}{2}\right) \text{ とする。このとき}$$

$$\text{集合 } \bigcup_{x \in \mathfrak{R}^+} B_x = \boxed{\text{う}}; \quad \text{集合 } \bigcap_{x \in \mathfrak{R}^+} B_x = \boxed{\text{え}}$$

3 $f: A \rightarrow B$ を任意の写像とする。 $P \subset A, Q \subset B$ のとき $f^{-1}(B - Q) = A - f^{-1}(Q)$ であることを示せ。

4 A, B を任意の集合とする。このとき, $\wp(A) \cup \wp(B) \subset \wp(A \cup B)$ は成り立つか。成り立つならばそれを証明し, そうでないなら反例を示せ。ただし $\wp(A)$ は A のべき集合を表すものとする。

5 写像 $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ を $f(x) = |1 - x| - 1$ として定める。 $\wp(\mathfrak{R})$ 上の関係 \sim を

$$P_1 \sim P_2 \Leftrightarrow f \circ f(P_1) = f \circ f(P_2)$$

として定義するとき次の問いに答えよ。

5.1 $f \circ f$ が単射であるか, また全射であるかを理由とともに述べよ。

5.2 \sim が $\wp(\mathfrak{R})$ 上の同値関係であることを示せ。

5.3 $P = \{x \mid 0 \leq x < 1\}$ とする。同値類 $\mathcal{C}(P)$ は有限集合であることを理由とともに述べよ。また, $\mathcal{C}(P)$ の元となる閉开区間及び開閉区間を一つずつあげよ。