

# 数理工学第一 中間試験問題 (2001年6月4日)

注意：それぞれの問題ごとに1枚の答案用紙を使用すること。答案用紙には、学籍番号、氏名、問題番号を忘れずに記入すること。

問題1 (1) 次の命題の中からトートロジーであるものを選び、トートロジーであることを示せ。

$$(p \vee q) \rightarrow p$$
$$p \rightarrow (p \vee q)$$

(2) 次の関係式で正しい(同値である)ものを選び、同値であることを示せ。

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge (\neg q)$$
$$(p \rightarrow q) \equiv (\neg p) \wedge q$$

問題2  $f: A \rightarrow B$ ,  $P$  を  $A$  の部分集合とするとき, 次の(1)と(2)のそれぞれについて, 成り立つならばそのことを証明し, 成り立たない場合には反例を示せ。

(1)  $f$  が単射ならば  $f(A - P) = f(A) - f(P)$

(2)  $f$  が全射ならば  $f^{-1}(f(P)) = P$

問題3 集合族  $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$  は,  $n$  が奇数のとき  $A_n = (1/n, 1 + 1/n)$ ,  $n$  が偶数のとき  $A_n = [1/n, 1 + 1/n]$  と定められているとする。

(1)  $\cup_{n=1}^{\infty} A_n = (0, 2)$  となることを証明せよ。

(2)  $\cap_{n=1}^{\infty} A_n$  を求め(予想し) 正しいことを証明せよ。

問題4 集合の対等(関係)が同値関係であることを証明せよ。