

- 解答上の注意
- ・すべての答案用紙に学籍番号、氏名、問題番号を忘れずに記入すること。
 - ・ n 枚目の問題用紙には問題 n の解答を書くこと ($n = 1, \dots, 4$) 。
 - ・答案には答えだけでなく途中経過も記すこと。
 - ・答案は論理的かつ簡潔に記述すること。
 - ・上記注意および問題の指示に従わない解答は減点するか、採点しない。

問題 1

1. 次のネットワーク計画法の用語の定義を述べよ。

- 森
- 全域木
- 二部グラフ

2. V を頂点集合, E を枝集合とする連結な有向グラフ $G = (V, E)$ を考える。各枝 $e_{ij} \in E$ には重み $w_{ij} > 0$ が対応している。ネットワーク $N = (V, E, w)$ 上の任意のパス P の距離を P に含まれる枝の重みの総和 $\sum_{e_{ij} \in P} w_{ij}$ で定義する。今、始点 $s \in V$ から終点 t の最短路をダイクストラ法で求めることを考える。以上の設定の下で、ダイクストラ法をアルゴリズムとして記述せよ (ステップごとに何をすることを数学的に簡潔に述べる)。必要であれば、以下の記号を使用せよ。

- S : 始点からの最短路が得られている頂点の集合
- \bar{S} : 始点からの最短路が得られていない頂点の集合
- $d(i)$: 始点から頂点 i までの暫定的最短路の距離
- $P(i)$: 始点から頂点 i までの暫定的最短路で i の一つ前の頂点

問題 2

次のように定式化できるナップザック問題について、次の問に答えよ。

$$\begin{array}{ll} \text{最大化} & 2x_1 + 30x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 20x_5 \\ \text{制約条件} & 3x_1 + 9x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 5x_5 \leq 17 \\ & x_i \in \{0, 1\} \quad (1 \leq i \leq 5) \end{array}$$

1. 上記問題の緩和問題の解を求めよ。
2. 上記問題の解を分枝限定法で求めよ。(ヒント: x_4, x_3 の順に分枝すると良い。うまく子問題を選ぶと、アルゴリズム中に生成される子問題は 4 つとなる。)

問題 3

ある意思決定を行うために AHP を実施し, 3 つの評価項目に対する一対比較行列 $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ を得た. このとき, 次の問に答えよ.

1. 各項目のウェイトを決定するのに, A の最大固有値に対する固有ベクトルを利用する. この理由を簡単に説明せよ.
2. 一対比較行列が

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \\ 1/3 & 1/5 & 1 \end{bmatrix}$$

となった. 簡易計算によって, 各項目のウェイトを求めたところ, $w = (0.26, 0.64, 0.10)^T$ となった. このとき, A の最大固有値の近似値 $\bar{\lambda}_{max}$ および一対比較の整合度 CI を簡易計算で求めよ.

問題 4

1 入力 3 出力のデータを持つ 4 つの事業体がある. 各事業体のデータは次の表の通りである.

	DMU_1	DMU_2	DMU_3	DMU_4
入力 1	4	2	1	3
出力 1	12	4	2	6
出力 2	4	4	1	9
出力 3	8	6	3	3

このとき, 以下の問に答えよ.

1. CCR モデルに基づき, DMU_1 の D 効率値を表す数理計画問題を書け.
2. 1 の問題のように目的関数を置くことで, DMU_1 にとってどのように各項目のウェイトを決めていると考えられるか. 簡潔に記せ.
3. 1 の問題におけるウェイトの非負条件以外の制約の意味を記せ.
4. DMU_1 の D 効率値は 1 である. このときの各項目のウェイトを求めよ.