

オペレーションズリサーチ 中間試験問題 2007年11月27日

- 注意
- ・すべての答案用紙に学籍番号、氏名、問題番号を忘れずに記入すること。
 - ・答えは結果のみではなく、導出過程も要領よく記述すること。

問題 1

次の線形計画問題を2段階シンプレックス法により解け。解答にあたり、各反復で基底に入るまたは出る変数の選択理由を明記するように。

$$\begin{aligned} \text{最大化} \quad & z = 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 \\ \text{制約条件} \quad & x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 12, \\ & 3x_1 - x_2 + x_3 = 21, \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

問題 2

次のような線形計画問題の主問題と双対問題について考える。

主問題：

$$\begin{aligned} \text{最大化} \quad & -4x_1 + 8x_2 + 14x_3 - 4x_4 + 2x_5 \\ \text{制約条件} \quad & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 8, \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 = 9, \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_5 = 7, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0. \end{aligned}$$

双対問題：

$$\begin{aligned} \text{最小化} \quad & 8y_1 + 9y_2 + 7y_3 \\ \text{制約条件} \quad & y_1 + 2y_2 + y_3 \geq -4, \\ & 2y_1 + y_2 + y_3 \geq 8, \\ & 3y_1 + y_2 + 2y_3 \geq 14, \\ & 2y_1 + y_2 \geq -4, \\ & y_1 + 3y_2 + 2y_3 \geq 2. \end{aligned}$$

今、主問題の最適解の候補が4つ、双対問題の最適解の候補が3つある。これらの中に最適解があれば全て選び、その理由を分かりやすく説明せよ。

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1.5 \\ 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 12 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

裏へ続く

問題 3

次の数理計画問題に関して以下の問いに答えよ。

$$\begin{array}{ll} \text{最小化} & 2x^2 - 2xy + 3y^2 + x - 3y \\ \text{制約条件} & x + 2y \geq 4, \\ & -3x + 2y \leq -6, \\ & x \geq 0. \end{array}$$

1. この問題を 2 次計画問題の形に変換せよ。目的関数の凸性は証明しなくてよい。
2. 1. の双対問題を述べよ。

問題 4

関数 $f(x, y, z) = x + y^2 + z^4 + e^{(x^2+y^2+z^2)}$ の最小化を行いたい。変数に関して次のような条件があるとき、局所的最小解であるための一次の必要条件 (KKT 条件) を求めよ。

1. 変数について特に条件が無い、つまり変数 x, y, z が任意の実数をとれる場合。
2. 変数 x, y, z が、 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 200$ を満たさなければならない場合。
3. 変数 x, y, z が、 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 200$ で、さらに $z = x + y$ を満たさなければならない場合。