

オペレーションズリサーチ 中間試験問題 2005年11月22日

- 注意
- ・すべての答案用紙に学籍番号、氏名、問題番号を忘れずに記入すること。
 - ・答えは結果のみではなく、導出過程も要領よく記述すること。

問題 1

以下の線形計画問題を標準形に直した後、シンプレックス法により解け。

なお、 $(x_1, x_2) = (0, 0)$ を初期解とし (x_1, x_2 を非基底変数とする) 各反復で基底に入るまたは出る変数の選択理由は明記すること。

$$\begin{array}{ll} \text{最小化} & z = -3x_1 - 2x_2 \\ \text{制約条件} & 2x_1 \leq 6 + 0.5x_2, \\ & 2x_2 \leq 4 + x_1, \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{array}$$

問題 2

次の線形計画問題 (P1) の双対問題は (D1) である。

$$\begin{array}{ll} \text{(P1) 最大化} & c^T x \\ \text{制約条件} & Ax = b, \\ & x \geq 0. \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{(D1) 最小化} & b^T y \\ \text{制約条件} & A^T y \geq c. \end{array}$$

この事実を利用し、線形計画問題 (P2) の双対問題が (D2) となることを示せ。

(わからなければ、適当にサイズを定め要素ごとに書いて考え始めると良い)

$$\begin{array}{ll} \text{(P2) 最大化} & c_1^T x \\ \text{制約条件} & A_1 x \leq b_1, \\ & x \geq 0. \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{(D2) 最小化} & b_1^T y \\ \text{制約条件} & A_1^T y \geq c_1, \\ & y \geq 0. \end{array}$$

問題 3

1. 次の凸 2 次計画問題の最適条件を述べよ。

$$\begin{array}{ll} \text{最大化} & -2x^2 + xy - y^2 + 5x - 3y \\ \text{制約条件} & -x - y \leq 3, \\ & 2x - 3y \leq -6, \\ & x \geq 0, \quad y \geq 0. \end{array}$$

2. 次の 2 つの条件が必要十分であることを示せ。

$$\bullet \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & 1 \end{pmatrix} \text{ が正定値行列} \qquad \bullet \alpha > \beta^2$$

問題 4

関数 $f(x, y) = 2x^2 + 6xy + 5y^2 - 24x - 38y$ の最小化について考える。

1. 最急降下法を適用する場合、点 $(1, 1)$ での探索方向を求めよ。
2. ニュートン法を適用する場合、点 $(2, 1)$ での探索方向を求めよ。
3. 局所的最小解であるための必要条件あるいは十分条件を用い、点 $(3, 2)$ が局所的最小解であることを示せ。